



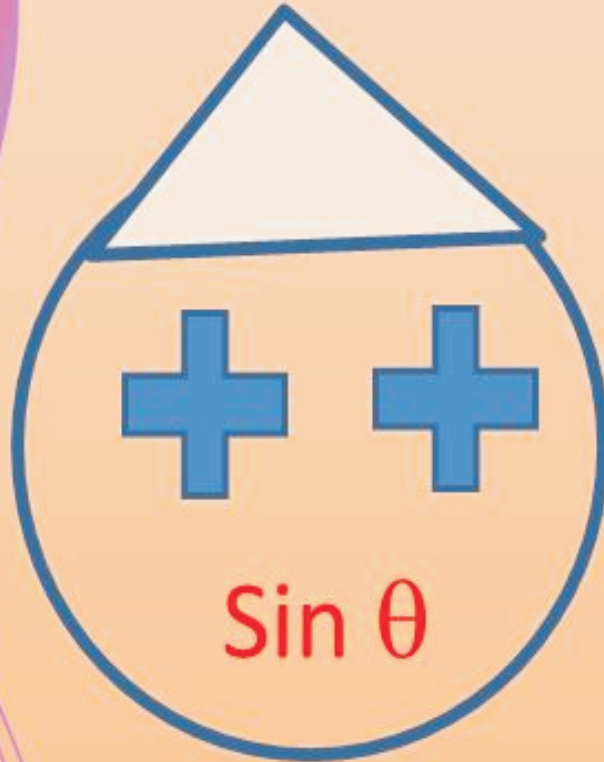
RCSCE



गणित

प्रश्न- बैंक 2022-23

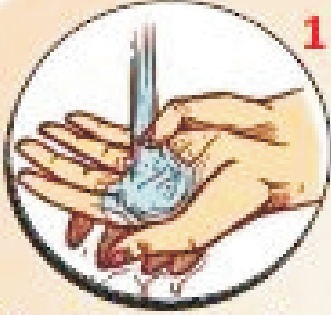
CLASS - 12



Rajasthan State Council of Educational Research and Training, Udaipur
&
Rajasthan Council of School Education, Jaipur

कोरोना से बचाव के उपाय

हाथ धोने के पाँच आसान चरण



1 सबसे पहले होता है हाथ गीला, फिर हाथ पर नाचे साबुन रंगीला



2 हाथ से होता फिर हाथ का साध, फिर घुम के आगे पीछे खेले हाथ,



3 खेलेो तब उंगलियों में घुसकर



4 फिर खलाओ नाखूनों में घुसकर



5 हाथ करे फिर पानी में छम-छम, क्योंकि साफ हाथ में ही है दम

सावधानी हेतु सुझाव

1. साबुन से 20 सेकंड तक हाथ नियमित अंतराल पर धोएँ।
2. मास्क का उपयोग करें।
3. सामाजिक दूरी बनाये रखें।
4. अनावश्यक एवं बार-बार घर से बाहर जाने से बचें।
5. सर्दी-खाँसी या हल्का बुखार होने पर नजदीकी चिकित्सा केन्द्र में डॉक्टर को दिखावें।



बिना मास्क
बाहर न जाएँ

मुख्य संरक्षक

माननीय श्री बी.डी. कल्ला
शिक्षा मंत्री,
प्रारम्भिक व माध्यमिक शिक्षा विभाग
राजस्थान सरकार, जयपुर

माननीया श्रीमती जाहिदा खान
राज्य मंत्री,
प्रारम्भिक व माध्यमिक शिक्षा विभाग,
राजस्थान सरकार, जयपुर

संरक्षक

श्रीमती अपर्णा अरोड़ा (I.A.S.)
अतिरिक्त मुख्य सचिव, स्कूल शिक्षा,
राजस्थान सरकार, जयपुर

डॉ. मोहन लाल यादव (I.A.S.)
राज्य परियोजना निदेशक एवं आयुक्त,
राजस्थान स्कूल शिक्षा परिषद, जयपुर

श्री गौरव अग्रवाल (I.A.S.)
निदेशक, माध्यमिक एवं प्रारम्भिक शिक्षा निदेशालय
बीकानेर, राजस्थान

मुख्य मार्गदर्शक

श्रीमती कविता पाठक (R.A.S.)
निदेशक, राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान
एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर

मार्गदर्शक

डॉ. अनिल कुमार (R.A.S.)
अतिरिक्त राज्य परियोजना निदेशक,
राजस्थान स्कूल शिक्षा परिषद, जयपुर

श्री शिवजी गौड़
अतिरिक्त निदेशक
राराशैअप्रप, उदयपुर

डॉ. मोटाराम भादू
उपनिदेशक
राजस्थान स्कूल शिक्षा परिषद्
जयपुर

श्रीमती मनीषा उज्वल
एसो. प्रोफेसर
राराशैअप्रप, उदयपुर

प्रभारी अधिकारी

श्री बन्ना राम रैगर
असि. प्रोफेसर
राराशैअप्रप, उदयपुर

श्रीमती योगिता शर्मा
सहायक निदेशक
राजस्थान स्कूल शिक्षा परिषद्, जयपुर

श्रीमती अनामिका चौधरी
असि. प्रोफेसर
राराशैअप्रप, उदयपुर

आमुख

कोविड – 19 महामारी की विषम परिस्थितियों के कारण विद्यालयों में कक्षाकक्षीय शिक्षण प्रभावित हुआ है। हालांकि स्माइल-3.0, शिक्षादर्शन व आओं घर से सीखें कार्यक्रम के तहत विद्यार्थियों को नियमित शिक्षण सामग्री व गृहकार्य उपलब्ध कराया गया है, परन्तु नियमित कक्षाकक्षीय प्रक्रिया के अभाव में विद्यार्थियों को पढ़ने-लिखने का अभ्यास अपेक्षाकृत कम रहा है। इसके कारण विद्यार्थियों में अधिगम अन्तराल बढ़ रहा है। इसी अन्तराल को कम करने व बोर्ड परीक्षा की तैयारी हेतु विद्यार्थियों को नियमित अभ्यास देने के उद्देश्य से राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, उदयपुर द्वारा कक्षा 12 गणित विषय का प्रश्न बैंक तैयार किया गया है।

प्रश्न बैंक में विद्यार्थियों को माध्यमिक शिक्षा बोर्ड द्वारा जारी पाठ्यक्रम पर आधारित प्रश्नों का अभ्यास देने का पूरा प्रयास किया गया है। इनमें विविध प्रकार के प्रश्न तथा बहुविकल्पीय, अतिलघुत्तरात्मक, लघुत्तरात्मक, एवं निबन्धात्मक प्रश्नों को भी सम्मिलित किया गया है, जिसके फलस्वरूप परीक्षा की तैयारी करने में सहायता मिल सकें। साथ ही इस प्रश्न बैंक में बोर्ड द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रमानुसार मॉडल प्रश्न पत्रों का भी समावेश किया गया है। शिक्षकगणों से भी अपेक्षा है कि आवश्यकता अनुसार इस प्रश्न बैंक का उपयोग कर विद्यार्थियों की तैयारी करवाए। इसके साथ ही में विद्यार्थियों से भी अपेक्षा करती हूँ कि इस प्रश्न बैंक में दिये गये प्रश्नों को हल करते हुए बोर्ड परीक्षा की तैयारी करेंगे।

आशा है कि जिन उद्देश्यों को दृष्टिगत रखते हुए इस प्रश्न बैंक का निर्माण किया गया है, यह उन उद्देश्यों की प्राप्ति तथा बोर्ड परीक्षा परिणाम उन्नयन के लिए सहायक सिद्ध होगा। शुभकामनाओं के साथ।

निदेशक

श्रीमती कविता पाठक (RAS)

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान
एवं प्रशिक्षण परिषद्, उदयपुर

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर
अनुक्रमणिका
कक्षा – 12 गणित सत्र 2021–22

क्र.स.	अध्याय	अंक भार
1.	सम्बन्ध एवं फलन (Relation And function)	05
2.	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (Inverse trigonometric function)	06
3.	आव्यूह (Metrices)	08
4.	सारणिक (Detreminant)	07
5.	सांतत्य तथा अवकलनीयता (Continuity and differentiability)	11
6.	समाकलन (Integration)	14
7.	अवकल समीकरण (Differential equation)	09
8.	सदिश (Vector)	10
9.	प्रायिकता (Probability)	10

RELATION AND FUNCTION
(सम्बन्ध और फलन)

- प्र.1 यदि $F(x) = \frac{x}{x-1} = \frac{1}{y}$ तो $f(y)$ का मान होगा –
 (A) x (B) $x - 1$
 (C) $x + 1$ (D) $1 - x$ ()
- प्र.2 R से R में परिभाषित निम्न फलनों में आच्छादक कौनसा है –
 (A) $f(x) = \sin x$ (B) $f(x) = |x|$
 (C) $f(x) = x^3$ (D) $f(x) = e^{-x}$ ()
- प्र.3 यदि $f: Q \rightarrow Q, f(x) = 2x, g: Q \rightarrow Q, g(x) = x + 2$ तो $(f \circ g)^{-1}(20)$ बराबर है –
 (A) 12 (B) 10
 (C) 8 (D) 6 ()
- प्र.4 फलन $f(x) = \sin^{-1}\left(\log_2 \frac{x^2}{2}\right)$ का प्रांत है –
 (A) $[-2, -2] - (-1, 1)$ (B) $[1, 2]$
 (C) $[-1, 2] - \{0\}$ (D) $[-2, 2] - \{0\}$ ()
- प्र.5 $f: R \rightarrow R, f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ है।
 (A) आच्छादक किन्तु एकैकी नहीं (B) एकैकी किन्तु आच्छादक नहीं
 (C) एकैकी तथा आच्छादक (D) न एकैकी न आच्छादक ()
- प्र.6 फलन $f(x) = \cos x - \sin x$ का परिसर है।
 (A) $(-1, 1)$ (B) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
 (C) $[-1, 1]$ (D) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ()
- प्र.7 समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ में सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है :-
 $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (3, 3), (1, 3), (3, 2)\}$ यह सम्बन्ध R
 (A) स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं
 (B) स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं
 (C) सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं
 (D) एक तुल्यता संबंध है ()

- प्र.8 मान लीजिए कि \mathbf{R} में द्वि आधारी संक्रिया $*$, $a*b = 1 + ab$, $a, b \in \mathbf{R}$ तो संक्रिया $*$ =
 (A) क्रम-विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है।
 (B) साहचर्य है किन्तु क्रम-विनिमेय नहीं है।
 (C) न तो क्रम-विनिमेय है और न साहचर्य है।
 (D) क्रम-विनिमेय तथा साहचर्य दोनों है। ()
- प्र.9 \mathbf{R} पूर्णांकों के समुच्चय \mathbf{Z} पर एक संबंध है और यह $(x, y) \in \mathbf{R} \Leftrightarrow |x - y| \leq 1$ है, तो \mathbf{R} है।
 (A) स्वतुल्य और सममित (B) स्वतुल्य और सक्रामक
 (C) सममित और सक्रामक (D) एक तुल्यता संबंध ()
- प्र.10 निम्नलिखित में से कौनसा पूर्णांकों के समुच्चय \mathbf{Z} में तुल्यता संबंध नहीं है।
 (A) $aRb \Leftrightarrow a + b$ एक सम पूर्णांक है। (B) $aRb \Leftrightarrow a - b$ एक सम पूर्णांक है।
 (C) $aRb \Leftrightarrow a < b$ (D) $aRb \Leftrightarrow a = b$ ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

प्र.11 यदि प्रत्येक $a \in \mathbf{A}$ के लिए $(a, a) \in \mathbf{R}$ हो तो समुच्चय \mathbf{A} पर परिभाषित संबंध \mathbf{R}कहलाता है।

प्र.12 फलन a^x का प्रान्त.....व परिसर.....है।

प्र.13 फलन $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}, f(x) = 2x + 1$ एकैकी व है।

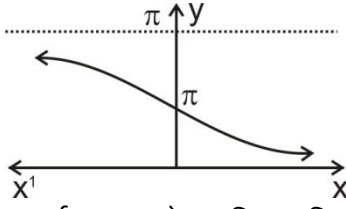
एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.14 समुच्चय \mathbf{R} में $\mathbf{R} = \{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध \mathbf{R} संक्रामक है अथवा नहीं है।

प्र.15 यदि $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{जब } x \in \theta \\ 0 & \text{जब } x \notin \theta \end{cases}$ तो $f \circ f(\sqrt{x})$ का मान है (θ परिमेय संख्या) :-

INVERSE TIGNOMETRIC FUNCTION
(प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन)

प्र.16



उपर्युक्त आलेख किस त्रिकोणमितीय फलन को निरूपित करता है।

- (A) $y = \sin^{-1} x$ (B) $y = \cot^{-1} x$
(C) $y = \tan^{-1} x$ (D) $y = \sec^{-1} x$ ()

प्र.17 $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मुख्य मान है :-

- (A) $-\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{6}$
(C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$ ()

प्र.18 $\tan\left(2 \tan^{-1} \frac{1}{5}\right)$ का मान है :-

- (A) 5 (B) $\frac{2}{5}$
(C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{5}{12}$ ()

प्र.19 यदि $4 \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi$ तो x का मान है:-

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ()

प्र.20 यदि $x = \tan\left[\cos^{-1} \frac{1}{5\sqrt{2}} - \sin^{-1} \frac{4}{\sqrt{17}}\right]$ तो $\frac{90}{x^2}$ का मान है :-

- (A) $\frac{3}{29}$ (B) 90
(C) 840 (D) 8410 ()

प्र.21 $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$ का मान है :-

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π
(C) 2π (D) $\frac{26\pi}{24}$ ()

प्र.22 $\sin^{-1}x$ के अधिकतम मान एवं न्यूनतम मान में अन्तर है जहाँ $x \in [-1,1]$

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) 2π

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) π

()

प्र.23 $\operatorname{cosec}^{-1}x$ परिसर है :-

(A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(B) $[0, \pi]$

(C) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$

(D) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

()

प्र.24 यदि $kx < \sqrt{2}$ है तो समीकरण $\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}x + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}3x$ के कितने हल होंगे

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

()

प्र.25 यदि $\tan^{-1}(10+\theta) = 2\theta$ तो θ का मान है

(A) $\pm \frac{\pi}{3}$

(B) $\pm \frac{\pi}{4}$

(C) $\pm \frac{\pi}{6}$

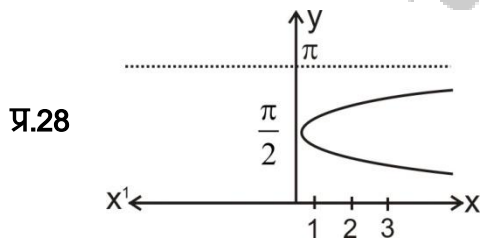
(D) $\pm \frac{\pi}{2}$

()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

प्र.26 $\cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है।

प्र.27 $\sec^{-1}\theta + \operatorname{cosec}^{-1}\theta$ का मान..... है।



आकृति प्रतिलोम फलन को प्रदर्शित करती है।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.29 यदि $\sin^{-1}x = \frac{\pi}{5}$, $x \in (-1,1)$ तो $\cos^{-1}x$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.30 $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y$ का मान है जब $xy > 1, x > 0, y > 0$

© RSCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

MATRICES

(आव्यूह)

- प्र.31 यदि मैट्रिक्स $A_{2 \times 2}$ के प्रत्येक अवयव को 3 से गुणा करने पर B मैट्रिक्स प्राप्त होती है, तो A और B में संबंध है।
- (A) $3A = B$ (B) $A = 3B$
(C) $9A = B$ (D) $A = 9B$ ()
- प्र.32 यदि $x = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $3x = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तो a का मान है:-
- (A) 1 (B) 2
(C) 0 (D) -2 ()
- प्र.33 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ तो सत्य कथन है :-
- (A) $A^2 = A$ (B) $B^2 = B$
(C) $AB \neq BA$ (D) $AB = B^2$ ()
- प्र.34 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो A है :-
- (A) सममित मैट्रिक्स (B) विषम सममित मैट्रिक्स
(C) व्युत्क्रमणीय मैट्रिक्स (D) इनमें से कोई नहीं ()
- प्र.35 मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम मैट्रिक्स है।
- (A) $\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ()
- प्र.36 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तो $A^2 - 2A$ है।
- (A) इकाई मैट्रिक्स (B) A
(C) शून्य मैट्रिक्स (D) अदिश मैट्रिक्स ()
- प्र.37 यदि किसी वर्ग मैट्रिक्स A के लिए $A^{-1} = A$ तो
- (A) $A = I$ (B) $A^2 = I$
(C) $A = \text{adj } A$ (D) $|A| = 1$ ()

- प्र.38 यदि $\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \alpha \end{bmatrix}^2 = I$ तो -
- (A) $1 + \alpha^2 + \beta\gamma = 0$ (B) $1 - \alpha^2 - \beta\gamma = 0$
 (C) $1 - \alpha^2 + \beta\gamma = 0$ (D) $\alpha^2 - \beta\gamma + 1 = 0$ ()

- प्र.39 यदि $AB = C$ तो A, B, C है।
- (A) $A_{2 \times 3}, B_{3 \times 2}, C_{2 \times 3}$ (B) $A_{3 \times 2}, B_{2 \times 3}, C_{3 \times 3}$
 (C) $A_{3 \times 2}, B_{2 \times 3}, C_{3 \times 2}$ (D) $A_{3 \times 3}, B_{2 \times 3}, C_{3 \times 3}$ ()

- प्र.40 वर्ग मैट्रिक्स $A = [a_{ij}]$ ऊपरी त्रिभुजाकार मैट्रिक्स है यदि $a_{ij} = 0$ जबकि -
- (A) $i = j$ (B) $i > j$
 (C) $i < j$ (D) $i \geq j$ ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

- प्र.41 यदि $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{जब } i = j \\ 0 & \text{जब } i \neq j \end{cases}$ तो उस मैट्रिक्स को..... कहते हैं।
- प्र.42 यदि किसी 2×2 मैट्रिक्स A के लिए $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ तो $|A|$ बराबर..... है।
- प्र.43 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम मैट्रिक्स है ?
- प्र.44 मैट्रिक्स $[4]$ का प्रकार है ?
- प्र.45 यदि किसी मैट्रिक्स A की प्रत्येक पंक्ति में p अवयव हो तथा प्रत्येक स्तंभ में q अवयव हो तो A की कोटि है ?

DETERMINANTS
(सारणिक)

प्र.46 $\begin{vmatrix} 19 & 6 & 7 \\ 21 & 3 & 15 \\ 28 & 11 & 6 \end{vmatrix}$ का मान है -

- (A) 150 (B) 110
(C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.47 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ -x & y & z \\ -x & -y & z \end{vmatrix}$ का मान है -

- (A) xyz (B) 2xyz
(C) 4xyz (D) 0 ()

प्र.48 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ ऋणात्मक होगा जबकि -

- (A) a,b,c धनात्मक है (B) a,b,c ऋणात्मक है
(C) a,b,c धनात्मक एवं असमान है (D) कभी नहीं ()

प्र.49 यदि ω इकाई का घनमूल हो, तो $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ का मान है :-

- (A) 1 (B) 0
(C) ω (D) ω^2 ()

प्र.50 किसी सारणिक की दो पंक्तियों को परस्पर बदलने पर -

- (A) उसका मान अपरिवर्तित रहता है
(B) उसके मान का केवल चिह्न बदलता है।
(C) उसका मान चिह्न सहित बदल जाता है
(D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.51 यदि $A+B+C = \pi$ तो सारणिक $\begin{vmatrix} \sin(A+B+C) & \sin B & \cos C \\ -\sin B & 0 & \tan A \\ \cos(A+B) & \tan A & 0 \end{vmatrix}$ का मान है -

- (A) 0 (B) $2 \sin B \tan A \cos C$
(C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.52 समीकरण $\begin{vmatrix} 2-x & -3 & 3 \\ 3 & 4-x & 5 \\ 3 & 5 & 4-x \end{vmatrix} = 0$ का एक मूल होगा –

(A) -2 (B) 1
(C) -1 (D) 0 ()

प्र.53 एक सारणिक का मान अपरिवर्तित रहता है यदि –

(A) किसी एक पंक्ति के प्रत्येक अवयव को एक ही संख्या से गुणा कर दें।
(B) दो स्तंभ परस्पर बदल दें।
(C) दो पंक्तियाँ परस्पर बदल दें।
(D) स्तम्भ व पंक्तियों को परस्पर बदल दें। ()

प्र.54 एक तृतीय कोटि के सारणिक Δ के प्रत्येक अवयव को 4 से गुणा कर दें, तो सारणिक का मान होगा –

(A) 4Δ (B) 16Δ
(C) 12Δ (D) 64Δ ()

प्र.55 यदि $\Delta = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ c & a & b \end{vmatrix}$ तो $\begin{vmatrix} ka & 0 & 0 \\ b & kc & 0 \\ c & a & kb \end{vmatrix}$ बराबर है:–

(A) $K\Delta$ (B) $K^2\Delta$ (C) $K^3\Delta$ (D) $3K\Delta$ ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

प्र.56 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ का मान प्रथम पंक्ति से विस्तार करने पर.....आता है ।

प्र.57 $\begin{vmatrix} a & b \\ -c & d \end{vmatrix}$ सारणिक के अवयव $(-c)$ का सहखण्ड है ।

एक शब्द में उत्तर दीजिए ।

प्र.58 यदि $\begin{vmatrix} x & 3 \\ x-2 & 5 \end{vmatrix} = 0$ तो x का मान होगा ?

प्र.59 सम कोटि के किसी विषम सममित सारणिक का मान होगा–

प्र.60 यदि किसी सारणिक के प्रत्येक अवयव के लिए $a_{ij} = -a_{ji}$ तो उसमें विकर्ण का प्रत्येक अवयव होगा –

CONTINUITY AND DIFFERENTIABILITY

(सांतत्य एवं अवकलनीयता)

प्र.61 निम्न फलनों में असंतत फलन है।

(A) $\sin x$

(B) x^2

(C) $\frac{1}{1-2x}$

(D) $\frac{1}{1+x^2}$

()

प्र.62 फलन $f(x) = x + |x|$

(A) सभी बिन्दुओं पर संतत है

(B) $x = 0$ पर असंतत है

(C) $x = 1$ पर असंतत है

(D) सभी बिन्दुओं पर असंतत है

()

प्र.63 यदि $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 2 \\ 5x & x < 2 \end{cases}$ पर संतत है, तो $f(2)$ बराबर है।

(A) 4

(B) 2

(C) 3

(D) इनमें से कोई नहीं

()

प्र.64 यदि $f(x)$ संतत फलन है तथा $g(x)$ असंतत फलन है, तो फलन $f(x) - g(x)$ है:-

(A) संतत फलन

(B) असंतत फलन

(C)) असंतत फलन हो भी सकता है और नहीं भी

(D) कुल भी नहीं कह सकते

()

प्र.65 यदि $f(x) = \begin{cases} x^2 + k, & x \geq 0 \\ -x^2 - k, & x < 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत है, तो k बराबर है -

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) -2

()

प्र.66 यदि $x^y = e^{x-y}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :-

(A) $\frac{\log x}{(1-\log x)^2}$

(B) $\frac{\log x}{(1+\log x)}$

(C) $\frac{\log x}{(1+\log x)^2}$

(D) इनमें से कोई नहीं

()

प्र.67 $f(x) = |x - 1| + |x - 3|$ का $x = 2$ पर अवकलन का मान है -

(A) -2

(B) 0

(C) 2

(D) परिभाषित नहीं

()

- प्र.68 यदि $y = \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \dots}}}$ तो $(2y-1)\frac{dy}{dx}$ बराबर है।
 (A) $\tan x \sec x$ (B) $\sec^2 x$
 (C) $\sec x \operatorname{cosec} x$ (D) $\cot x \operatorname{cosec} x$ ()

- प्र.69 $\cos^{-1} \sqrt{x}$ का $\sqrt{1-x}$ के सापेक्ष अवकलन है:-
 (A) \sqrt{x} (B) $-\frac{1}{\sqrt{x}}$
 (C) $-\sqrt{x}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ()

प्र.90 निम्न कथनों पर विचार कीजिए :-

- I. यदि कोई फलन किसी बिन्दु पर अवकलनीय है, तो वह उस बिन्दु पर संतत होना चाहिए
 - II. यदि कोई फलन किसी बिन्दु पर संतत है, तो कोई आवश्यक नहीं कि वह उस बिन्दु पर अवकलनी हो
 - III. फलन की किसी बिन्दु पर अवकलनीयता उस बिन्दु पर सांतत्य के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है
- उपयुक्त कथनों में सही कथन है -

- (A) I, II तथा III (B) I तथा III
 (C) I तथा II (D) II तथा III ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- प्र.91 फलन $f(x)$ संवृत अन्तराल $[a, b]$ में संतत कहलाता है यदि वह $x = b$ परसंतत है।
 प्र.92 $\frac{d}{dx}(a^x)$ है।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

- प्र.93 यदि फलन $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - a}$, $x = a$ पर संतत हो तो $f(a)$ का मान होगा
 प्र.94 $\sec x$ का $\tan x$ के सापेक्ष अवकलज होगा
 प्र.95 यदि $e^X + e^Y = e^{X+Y}$ तो dy/dx होगा

VECTOR

(संदिश)

- प्र.96 यदि तीन बिन्दु $A(60\hat{i}+3\hat{j}), B(40\hat{i}+8\hat{j})$ तथा $C(a\hat{i}-52\hat{j})$ समरेख हो, तो का a मान है:-
(A) 40 (B) -40
(C) 20 (D) -20 ()
- प्र.97 संदिश $2\hat{i}-\hat{j}+k, \hat{i}-3\hat{j}+5k$ तथा $3\hat{i}-4\hat{j}-4k$ किसी त्रिभुज के शीर्ष के स्थिति संदिश हो, तो वह त्रिभुज है :-
(A) समबाहु (B) समद्विबाहु
(C) समकोणीय समद्विबाहु (D) समकोणीय ()
- प्र.98 यदि किन्ही दो अशून्य संदिश a, b के लिए $|a+b| = |a-b|$ तो a व b के मध्य कोण है :-
(A) 0° (B) 45°
(C) 60° (D) 90° ()
- प्र.99 यदि संदिश $2\hat{i}+p\hat{j}+2k$ तथा $4\hat{i}-2\hat{j}-k$ लम्बवत हो, तो p बराबर है :-
(A) 2 (B) 3
(C) -5 (D) 6 ()
- प्र.100 यदि दो इकाई संदिशों का अन्तर भी इकाई संदिश हो, तो उनके बीच का कोण है :-
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ ()
- प्र.101 यदि $3\hat{i}-k$ तथा $\hat{i}+2\hat{j}$ समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ निरूपित करें तो उसका क्षेत्रफल है :-
(A) $\frac{1}{2}\sqrt{7}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{14}$
(C) $\sqrt{41}$ (D) $\sqrt{7}$ ()
- प्र.102 $\hat{i} \times (\hat{j} \times \hat{k})$ बराबर है :-
(A) \hat{i} (B) \hat{j}
(C) \hat{k} (D) 0 ()
- प्र.103 यदि a, b, c कोई संदिश हो तो, कौनसा कथन गलत है :-
(A) $a + b = b + a$ (B) $a \cdot b = b \cdot a$
(C) $a \times b = b \times a$ (D) $|a \times b| = |b \times a|$ ()

प्र.104 यदि सदिश $a = \hat{i} - \hat{j} + k$, $b = \hat{i} + 2\hat{j} - k$ तथा $c = 3\hat{i} + p\hat{j} + 5k$ समतलीय हो तो p का मान है :-

- (A) 2 (B) 6
(C) -2 (D) -6 ()

प्र.105 किसी सदिश a के लिए $i \times (a \times i) + j \times (a \times j) + k \times (a \times k)$ बराबर है :-

- (A) $2a$ (B) $-2a$
(C) a (D) $-a$ ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

प्र.106 सदिश \vec{a} व \vec{b} के तल के लम्बवत् व \vec{a} से \vec{b} की ओर घूर्णन की दिशा में इकाई सदिश $\hat{n} = \dots\dots\dots$ है।

प्र.107 सदिश $i + j + k$ का मापांक..... है।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.108 यदि $a = 2i - 3j + k$ तथा $b = 4i + p\hat{j} + 2k$ समान्तर सदिश हो तो p का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.109 यदि सदिश $a = i + 2j + 3k$ तथा $b = 3i + 2j + k$ के मध्य का कोण θ हो तो $\cos\theta$ बराबर है।

प्र.110 किसी समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ a और b से निरूपित हो तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

INTEGRALS

(समाकलन)

प्र.111 $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ बराबर है :-

- (A) $\sin x + \cos x + c$ (B) $\sin x - \cos x + c$
(C) $\cos x - \sin x + c$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.112 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ बराबर है :-

- (A) $2\cos \sqrt{x} + c$ (B) $-2\cos \sqrt{x} + c$

(C) $\frac{1}{2} \cos \sqrt{x} + c$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.113 $\int \frac{dx}{1+e^x}$ बराबर है :-

(A) $\log\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + c$ (B) $\log\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right) + c$

(C) $\frac{1}{2} \log\left(\frac{e^{x/2}}{1+e^{x/2}}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.114 $\int_0^{x/2} \log \tan x \, dx$ का मान है :-

(A) 0 (B) $\frac{x}{4}$

(C) $\frac{x}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.115 $\int_{-1}^2 \frac{|x|}{x} \, dx$ बराबर है :-

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3 ()

प्र.116 $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$ यदि और केवल यदि

(A) $f(-x) = -f(x)$ (B) $f(-x) = f(x)$

(C) $f(a-x) = f(x)$ (D) $f(a-x) = -f(x)$ ()

प्र.117 $\int \frac{3x}{x^2-x-2} \, dx$ बराबर है :-

(A) $\log[(x+1)^2(x-2)] + c$ (B) $\log[(x+1)(x-2)^2] + c$

(C) $\frac{1}{2} \log(x+1)(x-2) + c$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.118 $\int_0^1 \log\left(\frac{1-x}{x}\right) \, dx$ बराबर है :-

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.119 $\int_0^a f(x) \, dx$ बराबर है :-

(A) $\int_0^a f(a+x) \, dx$ (B) $\int_0^a f(2a+x) \, dx$

(C) $\int_0^a f(x-a) \, dx$ (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.120 माना कि फलन f ऐसा है कि $f(-x) = -f(x) \forall x \in \mathbb{R}$ तथा $\int_0^1 f(x) dx = 5$

तो $\int_{-1}^0 f(t) dt$ बराबर है :-

(A) 10

(B) 5

(C) 0

(D) -5

()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

प्र.121 $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ का मान है।

प्र.122 $\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - \text{_____} + c$ है।

प्र.123 $\int_{-a}^a f(x) dx = \text{_____}$ है जब कि $f(-x) = -f(x)$ है।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.124 $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$ का मान होगा ?

प्र.125 $\int \frac{\log x}{x} dx$ का मान होगा ?

DIFFERENTIAL EQUATIONS

(अवकल समीकरण)

प्र.126 अवकल समीकरण $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{1}{dy/dx} = 2$ की कोटि है :-

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 0

()

प्र.127 अवकल समीकरण $y \frac{d^2y}{dx^2} = y^2 + 1$ की घात है :-

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) इनमें से कोई नहीं

()

प्र.128 समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx}+1+y^2=0$ का हल है :-

(A) $\tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} c$

(B) $\tan^{-1} y - \tan^{-1} x = \tan^{-1} c$

(C) $\tan^{-1} y + \tan^{-1} x = \tan c$

(D) $\tan^{-1} y + \tan^{-1} x = \tan^{-1} c$ ()

प्र.129 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = x^2 \cot x + 2x$ का समाकलन गुणक है :-

(A) $\cot x$

(B) $\log \sin x$

(C) $\sin x$

(D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.130 अवकल समीकरण $2x\frac{dy}{dx} - y = 3$ का हल निरूपित करता है :-

(A) वृत्त

(B) सरल रेखा

(C) दीर्घवृत्त

(D) परवलय ()

प्र.131 मूल बिन्दु से गुजरने वाली रेखा समूह का अवकल समीकरण है :-

(A) $x\frac{dy}{dx} = y$

(B) $y\frac{dy}{dx} = x$

(C) $\frac{dy}{dx} = y$

(D) $\frac{dy}{dx} = x$ ()

प्र.132 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ का हल है :-

(A) $e^x + e^{-y} + k = 0$

(B) $e^{2x} = ke^y$

(C) $e^x - e^{-y} = k$

(D) $e^{x+y} = k$ ()

प्र.133 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+g}{by+t}$ का हल वृत्त को निरूपित करता है जब :-

(A) $a = b$

(B) $a = -b$

(C) $a = -2b$

(D) $a = 2b$ ()

प्र.134 यदि p और q अवकल समीकरण $y\frac{dy}{dx} + x^3\frac{d^2y}{dx^2} + xy = \cos x$ की कोटि एवं घात है, तो

:-

(A) $p < q$

(B) $p = q$

(C) $p > q$

(D) इनमें से कोई नहीं ()

- प्र.135 तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या है :-
- (A) 3 (B) 2
(C) 1 (D) 0 ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

प्र.136 अवकल समीकरण $y' + y = e^x$ की कोटि.....है।

प्र.137 किसी वक्र कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण की कोटि उतनी ही होती है जितने उस वक्र कुल के संगत समीकरण में..... होते हैं।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.138 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + xy$ का समाकलन गुणक (I.F) ज्ञात कीजिए।

प्र.139 अवकल समीकरण की परिभाषा लिखिए ?

प्र.140 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$ की घात है ?

PROBABILITY

(प्रायिकता)

- प्र.141 एक थैले में 3 लाल एवं 3 सफेद गेंदे हैं। एक-एक करके दो गेंदे निकाली जाती हैं। इनके भिन्न-भिन्न रंग के होने की प्रायिकता है:-
- (A) $3/10$ (B) $2/5$
(C) $3/5$ (D) इनमें से कोई नहीं ()
- प्र.142 दो पासों को एक साथ फेंकने पर कम से कम एक पर 3 से बड़ा अंक आने की प्रायिकता है:-
- (A) $1/4$ (B) $3/4$
(C) $1/2$ (D) $1/8$ ()

- प्र.143 3 पुरुष, 2 महिलाएँ और 4 बच्चों के समूह से 4 मनुष्यों को यादृच्छया चुना जाता है उनमें ठीक दो बच्चे होने की प्रायिकता है।
- (A) 10/21 (B) 11/21
(C) 9/21 (D) इनमें से कोई नहीं ()
- प्र.144 A और B दो स्वतन्त्र घटनाएं हैं यदि A और B दोनों के साथ घटने की प्रायिकता 1/6 तथा इनमें से किसी में भी न घटने की प्रायिकता 1/3 हो, तो
- (A) $p(A) = 1/4, p(B) = 1/3$ (B) $p(A) = 1/2, p(B) = 1/6$
(C) $p(A) = 1/3, p(B) = 1/2$ (D) इनमें से कोई नहीं ()
- प्र.145 एक लीप वर्ष में 53 रविवार आने की अधिकता है :-
- (A) 2/7 (B) 3/5
(C) 2/3 (D) 1/7 ()
- प्र.146 एक सिक्का लगातर तीन बार उछाला जाता है यदि E कम से कम दो शीर्ष आने की घटना हो तथा F प्रथम उछाल में शीर्ष आने की घटना हो, तो $\left(p \frac{E}{F}\right)$ बराबर है :-
- (A) 3/4 (B) 3/8
(C) 1/2 (D) 1/8 ()
- प्र.147 किसी घटना A की प्रायिकता P(A) होती है :-
- (A) एक वास्तविक संख्या
(B) एक धनात्मक वास्तविक संख्या
(C) एक अऋणात्मक वास्तविक संख्या
(D) एक अऋणात्मक 1 या 1 से छोटी वास्तविक संख्या ()
- प्र.148 यदि A और B दो स्वतन्त्र घटनाएं हैं तो $P(A+B)$ बराबर है :-
- (A) $P(A) + P(B)$ (B) $P(A) + P(B) + P(A)P(B)$
(C) $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ (D) $P(A) + P(B) - P(AB)$ ()
- प्र.149 ATTEMPT शब्द के अक्षरों को यादृच्छया लिखने पर सभी T के साथ आने की प्रायिकता है :-
- (A) 1/7 (B) 2/7
(C) 1/14 (D) इनमें से कोई नहीं ()

प्र.150 तीन स्वतन्त्र घटनाओं के घटित होने की प्रायिकता क्रमशः P_1, P_2, P_3 है, उसमें से कम से कम एक घटना के घटित होने की प्रायिकता होगी।

(A) $P_1 + P_2 + P_3$

(B) $P_1 P_2 P_3$

(C) $(1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)$

(D) $1-(1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)$ ()

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

प्र.151 यदि A, B अपवर्जी घटनाएँ हो तो $P(A+B) = \dots$ होगा।

प्र.152 तीन सिक्कों के एक उछाल में अधिकतम दो में चित आने की प्रायिकता.....है।

एक शब्द में उत्तर दीजिए।

प्र.153 दो पासों के फेंकने पर अकों का योग 8 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्र.154 ताश में 52 पत्तों से एक-एक करके दो पत्ते खींचे गए हैं। दोनों के बेगम पत्ता होने की प्रायिकता है ।

प्र.155 यदि $P(A) = 0.65, P(B) = 0.15$ तो $P(\bar{A}) + P(\bar{B})$ बराबर होगा ^A

Relation and Function

(सम्बन्ध एवं फलन)

- प्र.1 आंशिक क्रम सम्बन्ध की परिभाषा लिखें
- प्र.2 यदि f तथा g दो फलन इस प्रकार परिभाषित हैं कि $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = \sin 5x$ तो $(f \circ g)$ तथा $(g \circ f)$ ज्ञात करें।
- प्र.3 यदि समुच्चय A पर एक द्विआधारी संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a + b - ab$ तो दिखाइए यह क्रम विनिमय तथा सहचार्य नियम का पालन करती है।
- प्र.4 यदि $f(x)$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है जो इस प्रकार है $f(x) = \frac{3x-2}{5}$ तो $f^{-1}(x)$ ज्ञात करें।
- प्र.5 यदि $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ तब $f[f(x)]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.6 फलन $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ में इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 3x + 2$ तो दिखाइए फलन एकैकी आच्छादक है।
- प्र.7 यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\}$ में सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$ तो R का परिसर एवं प्राप्त ज्ञात कीजिए।
- प्र.8 एक द्विआधारी संक्रिया $*$ जो इस प्रकार परिभाषित है $a * b = \frac{ab}{2}$ तो $(3 * 4)$ तथा $(-2 * 5)$ ज्ञात कीजिए।
- प्र.9 यदि $f = \{(1, 3) (3, 3) (4, 9) (5, 9)\}$ तथा $g = \{(3, 1) (9, 3) (12, 4)\}$ जो $f \circ g$ तथा $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।
- प्र.10 यदि $f(x) = x^2 + 2x + 9$ तो $f(4)$ तथा $f(9)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (Inverse Trigonometrical functions)

प्र.11 $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 0$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.12 $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान लिखिए।

प्र.13 $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ का मुख्य मान लिखिए।

प्र.14 $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.15 $\tan^{-1}\sqrt{3} - \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.16 सिद्ध कीजिए की $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

प्र.17 $\tan^{-1}\left[\tan\frac{3\pi}{4}\right]$ का मा लिखिए

प्र.18 $\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.19 सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

प्र.20 $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

आव्यूह (Metrics)

प्र.21 यदि $2\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ हो तो $(x - y)$ का मान ज्ञात करें

प्र.22 निम्न आव्यूह समीकरण को x के लिए हल करें : $[x \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = 0$

प्र.23 यदि $\begin{bmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}$ है तो a का मान ज्ञात करें।

प्र.24 यदि $\begin{bmatrix} 9 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = A + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ है तो आव्यूह A का मान ज्ञात करें।

प्र.25 $2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$ निम्नलिखित समीकरण में $x + y$ का मान ज्ञात करें

प्र.26 यदि $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ है तो $A^T - B^T$ ज्ञात करें।

प्र.27 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ का A^{-1} लिखिए।

प्र.28 x के किस मान के लिए आव्यूह $\begin{bmatrix} 5-x & x+1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ अव्युत्क्रमणीय है।

प्र. 29 दिया है यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2b & -2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3a & 3 & 1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है तो a तथा b के मान ज्ञात करें।

सारणिक (Determinates)

प्र.30 सारणिक $\begin{vmatrix} a-x & c & b \\ c & b-x & a \\ b & a & c-x \end{vmatrix} = 0$ में यदि $a + b + c = 0$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.31 यदि $\begin{vmatrix} 2x+5 & 3 \\ 5x+2 & 9 \end{vmatrix}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए

प्र.32 सिद्ध कीजिए $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & a^2 & bc \\ \frac{1}{b} & b^2 & ac \\ \frac{1}{c} & c^2 & ab \end{vmatrix} = 0$

प्र.33 सारणिक $\begin{vmatrix} 43 & 3 & 6 \\ 35 & 21 & 4 \\ 17 & 9 & 2 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करो।

प्र.34 सारणिक $\begin{vmatrix} x+y & x & x \\ 5x+4y & 4x & 2x \\ 10x+8y & 8x & 3x \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करो।

प्र.35 यदि $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3 & 2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.36 त्रिभुज का क्षेत्रफल सारणिक विधि द्वारा ज्ञात कीजिए जिसने शीर्ष क्रमशः $(5, 0)$ $(-3, 0)$ $(\frac{3}{2}, 0)$ हैं।

प्र.37 $\begin{vmatrix} 1+w & w^2 & -w \\ 1+w^2 & w & -w^2 \\ w+w^2 & w & -w^2 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

© RSCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

सान्त्वयता एवं अवकलनीयता (Continuity and Differentiability)

- प्र.38 फलन $f(x) = \begin{cases} x^3+2 & x \neq 0 \\ x=0 \end{cases}$ की $x = 0$ पर सांतत्यता का परिक्षण कीजिए।
- प्र.39 $f(x) = \begin{cases} kx+5 & \text{यदि } x \leq 0 \\ x-1 & \text{यदि } x > 0 \end{cases}$ $x = 2$ पर सांतव्य है तो k का मान ज्ञात करें।
- प्र.40 यदि $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।
- प्र.41 यदि $y = x^2 + 2x + 7$ तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.42 यदि $e^x + e^y = e^{x+y}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.43 $\sec(\tan\sqrt{x})$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।
- प्र.44 यदि $y = x^3 \log x$ तो ज्ञात $\frac{d^2y}{dx^2}$ कीजिए
- प्र.45 यदि $x = a \sec^3\theta$, $y = b \sin^3\theta$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.46 $\frac{e^{2x} + e^{-2x}}{e^{2x} - e^{-2x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।
- प्र.47 यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

समाकलन (Integration)

- प्र.48 $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात करो।
- प्र.49 $\int \sin^2(2x+1) dx$ का मान ज्ञात करो।
- प्र.50 $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात करो।
- प्र.51 $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ का मान ज्ञात करो।
- प्र.52 $\int \frac{dx}{x(x^4+1)}$ का मान ज्ञात करो।

प्र.53 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ का मान ज्ञात करो।

प्र.54 $\int x \sin x dx$ का मान ज्ञात करो।

प्र.55 $\int (\tan^{-1} x) dx$ का मान ज्ञात करो।

प्र.56 $\int \frac{2x+5}{x^2+5x+7} dx$ का मान ज्ञात करो।

प्र.57 $\int \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) dx$ का मान ज्ञात करो।

अवकल समीकरण (Differential Equations)

प्र.58 वक्र $y^2 = 4ax$ की अवकल समीकरण कीजिए।

प्र.59 दिखाईए $y = e^x + 1$ समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$ का एक हल है।

प्र.60 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y(e^x + 1)$ को हल कीजिए।

प्र.61 अवकल समीकरण $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$ को हल करो।

प्र.62 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = \cos x$ को हल करो।

प्र.63 अवकल समीकरण $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \tan^{-1} x$ को हल करो।

प्र.64 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right)$ को हल करो।

प्र.65 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ को हल करो।

प्र.66 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy$ को हल करो।

प्र.67 अवकल समीकरण $y = \frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^3}$ की धात एवं कोटी ज्ञात कीजिए।

सदिश (Vector)

- प्र.68 सदिश $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ और $3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ का सदिश गुणनफल ज्ञात कीजिए।
- प्र.69 यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ सदिश $\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ से निरूपित हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- प्र.70 यदि दो सदिशों $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण θ है तो $\sin \theta$ ज्ञात कीजिए।
- प्र.71 सदिश $3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ के अनुदिश इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।
- प्र.72 सदिश $6\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$ दोनों के लम्बवत् इकाई सदिश ज्ञात कीजिए तथा दोनों दिये सदिशों के मध्य कोण भी ज्ञात कीजिए।
- प्र.73 सदिश $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ का $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ सदिश पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।
- प्र.74 सदिश रेखा x, y तथा z अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ क्रमशः $90^\circ, 60^\circ$ और 30° का कोण बनाती है, तो दिक् - को साइन ज्ञात कीजिए
- प्र.75 मूल बिन्दु से समतल $\vec{r}=(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})=6$ दूरी ज्ञात कीजिए।
- प्र.76 सदिश $\hat{i}-\hat{j}$ का सदिश $\hat{i}+\hat{j}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।
- प्र.77 यदि $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(प्रायिकता एवं प्रायिकता बंटन) (Probability & Probability Distribution)

- प्र.78 यदि $p(A)=\frac{5}{11}$, $p(B)=\frac{6}{11}$ तथा $p(A \cap B)=\frac{3}{11}$ हो, तो $p(A \cup B)$ ज्ञात कीजिये।
- प्र.79 यदि $p(A)=\frac{6}{11}$, $p(B)=\frac{5}{11}$ और $p(A \cup B)=\frac{7}{11}$ हो, तो ज्ञात कीजिये।
- प्र.80 यदि $p(B)=0.5$ और $p(A \cap B)=0.32$ हो, तो $p\left(\frac{A}{B}\right)$ तथा ज्ञात कीजिये।
- प्र.81 यदि $p(A)=0.6$, $p(B)=0.3$ और $p(A \cap B)=0.2$ हो, तो $p\left(\frac{A}{B}\right)$ तथा $p\left(\frac{B}{A}\right)$ ज्ञात कीजिये।

प्र.82 एक न्याय पासे को उछाला गया है। घटनाओं $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ व $C = \{2, 3, 4, 5\}$ के निम्नलिखित ज्ञात कीजिये ?

(1) $p\left(\frac{A}{B}\right)$ व $p\left(\frac{B}{A}\right)$

(2) $p\left(\frac{A}{C}\right)$ व $p\left(\frac{C}{A}\right)$

(3) $p\left(\frac{A \cup B}{C}\right)$ व

$p\left(\frac{A \cap B}{C}\right)$

प्र.83 यदि $P(A) = 0.4$, $p(B) = p$ व $p(A \cup B) = 0.6$ तथा A और B स्वतन्त्र घटनाएँ हैं। तब p का मान ज्ञात कीजिए ?

© RSCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर

प्रश्न बैंक

खण्ड (स) लघुत्तरात्मक प्रश्न

कक्षा – 12

विषय – गणित

- प्र.1 यदि समुच्चय A पर सम्बन्ध R तुल्यता सम्बन्ध है तो दिखाइए R^{-1} भी तुल्यता सम्बन्ध होगा।
- प्र.2 समुच्चय A पर सम्बन्ध R इस प्रकार से है कि $R = \{(a,b) : 1+ab > 0\}$ तो दिखाइए R की तुल्यता सम्बन्ध है।
- प्र.3 यदि f, g, h तीन फलन इस प्रकार परिभाषित है $f(x) = 2x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = h+1$ तो $(fog)oh$ ज्ञात करें।
- प्र.4 पूर्णाकों के समुच्चय Z पर संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है $a * b = a + b + 1$ तो इनकी क्रमविनिमेयता साचार्यता का परीक्षण कीजिए तथा इसका तत्क्षमक अवयव भी ज्ञात कीजिए।
- प्र.5 $f : \mathbb{R} \rightarrow [4, \infty]$ पर विचार कीजिए जो इस प्रकार परिभाषित है $f(x) = x^2 + 4$ सिद्ध कीजिए यह एकेकी आच्छादक है।
- प्र.6 यदि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ बल $f |n| = \frac{x}{1+|x|}$ है तो सिद्ध कीजिए कि यह फलन व्युत्क्रमणीय है।
- प्र.7 यदि फलन f तथा g एकेकी आच्छादक है तो सिद्ध करें। $(gof)^{-1} = (f^{-1}og^{-1})$

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन

प्र.8 सिद्ध कीजिए कि $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \sec^{-1}\left(\frac{5\sqrt{2}}{7}\right) + 2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$

प्र.9 $\tan \frac{1}{2} \left[\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \cos^{-1} \frac{1-y^2}{1+y^2} \right]$ | $x| < 1, y > 0$ तथा $xy < 1$. का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.10 सिद्ध कीजिए $-\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$

प्र.11 यदि $[\cot^{-1}(x+1)] = \cos(\tan^{-1}x)$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.12 यदि $(\tan^{-1}x)^2 + (\cot^{-1}x)^2 = \frac{5\pi^2}{8}$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.13 x के लिए हल कीजिए $2(\tan^{-1}(\cos x)) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$

प्र.14 यदि $\tan^{-1} \frac{x-3}{x-4} + \tan^{-1} \left(\frac{x+3}{x+4} = \frac{\pi}{4} \right)$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.15 $\sin \left(\cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{2}{3} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.16 सिद्ध कीजिए –

$$\cos \left[\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cot^{-1} \frac{3}{2} \right] = \frac{6}{5\sqrt{3}}$$

प्र.17 सिद्ध कीजिए –

$$\cot^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right) = \frac{x}{2}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{4} \right)$$

Matrix

प्र.18 $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ तो x, y के मान ज्ञात कीजिए।

प्र.19 दिए गए मैट्रिक्स \mathbf{A} को सममित और विषमसममित मैट्रिक्स के योगफल में व्यक्त कीजिए।

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

प्र.20 यदि $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ तो सिद्ध करो

$$\mathbf{A}^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$$

प्र.21 यदि $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो $\mathbf{A}^2 - 5\mathbf{A} + 7\mathbf{I}$ ज्ञात करो।

प्र.22 आव्यूह \mathbf{A} ज्ञात कीजिए यदि $2\mathbf{A} - 3\mathbf{B} + 5\mathbf{C} = 0$ जहाँ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

सारणिक (Determinants)

प्र.23 सिद्ध कीजिए — $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$

प्र.24 $\begin{vmatrix} \frac{a^2+b^2}{c} & c & c \\ c & \frac{b^2+c^2}{a} & a \\ a & \frac{b^2+c^2}{a} & a \\ b & b & \frac{c^2+a^2}{b} \end{vmatrix} = 4abc$

$$\text{प्र.25} \quad \begin{vmatrix} 5x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

$$\text{प्र.26} \quad \begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

$$\text{प्र.27} \quad \begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+1 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

$$\text{प्र.28} \quad \begin{vmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{vmatrix} \text{ का मान ज्ञात करो।}$$

सातंत्य तथा अवकलनीयता (Continuity and differentiability)

$$\text{प्र.29} \quad \text{फलन } f(x) = \begin{cases} 3ax+b & \text{यदि } x > 1 \\ 3ax+b & \text{यदि } x = 1 \\ 5ax-2b & \text{यदि } x < 1 \end{cases} \quad x = 1 \text{ पर सातंत्य है तो } a, b \text{ के मान ज्ञात करो।}$$

$$\text{प्र.30} \quad \text{फलन } f(x) = \begin{cases} e^{1/x} - 1 \\ e^{1/x} + 1 \\ 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{जब } x \neq 0 \\ \text{का } x = 0 \end{matrix} \text{ पर सातंत्यता का परीक्षण कीजिए।}$$

$$\text{प्र.31} \quad \text{दिखाईए फलन } f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{यदि } x > 1 \\ 1-x & \text{यदि } x < 1 \end{cases} \quad x = 0 \text{ पर अवकलनीय नहीं है।}$$

$$\text{प्र.32} \quad \text{यदि } \sin y = x \sin(a+y) \text{ तो सिद्ध करो } \frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$$

$$\text{प्र.33} \quad \text{यदि } y = \sqrt{\frac{x \sin^{-1} x}{1-x^2}} \text{ तो } \frac{dy}{dx} \text{ ज्ञात करो।}$$

$$\text{प्र.34} \quad (\log x)^{\sin^{-1} x} \text{ का } x \text{ सापेक्ष अवकलन कीजिए।}$$

$$\text{प्र.35} \quad \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) \text{ का } \tan^{-1} x \text{ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।}$$

प्र.36 यदि $y = e^{2x}$ तो सिद्ध करो $\frac{d^2y}{dx^2} - xy = 0$

प्र.37 $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$ का $\tan^{-1} x$ के सापेक्ष अवलकन कीजिए।

प्र.38 फलन $f(x) = \sqrt{x^2-4}$ का अंतराल $[2,4]$ के लिए मध्मान प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

प्र.39 यदि $x^y + y^x = 1$ तो $\frac{dy}{dx}$ को ज्ञात करो।

प्र.40 यदि $x = \sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो।

प्र.41 यदि $y = 5 \cos x - 3 \sin x$ हो तो सिद्ध करो $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

प्र.42 फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$ के लिए अंतराल $[-4, 2]$ में रोले के प्रमेय का परीक्षण करो।

प्र.43 $(\sin x - \cos x)^{(\sin x - \cos x)}$ का x के सापेक्ष अवलकन कीजिए।

प्र.44 यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ तो सिद्ध करो $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

प्र.45 यदि $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$ तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात करो।

प्र.46 यदि $\cos(x^2 + y^2) = 2\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ तो दिखाईए $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$

(INTEGRATION) समाकलन

निम्नलिखित समाकलनों को हल कीजिए।

प्र.47 $\int \frac{\cos 2x - \cos x}{\cos x - \cos x} dx$

प्र.48 $\int \sin^4 x dx$

प्र.49 $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$

प्र.50 $\int \frac{\cos x}{(1 - \sin x)(2 - \cos x)} dx$

प्र.51 $\int \sqrt{e^x - 1} dx$

प्र.52 $\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$

प्र.53 $\int \frac{x \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1 - x^4}} dx$

प्र.54 $\int \tan^{-1} \sqrt{x} dx$

प्र.55 $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x} dx$

प्र.56 $\int_0^{\pi} (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx$

प्र.57 $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1 + \cos^2 x)} dx$

प्र.58 $\int_{-2}^2 |2x + 3| dx$

प्र.59 $\int e^{3x} \sin 4x dx$

प्र.60 $\int \frac{\sin x}{1 - \sin x} dx$

अवकल समीकरण (Differential Equations)

- प्र.61 वक्रों के कुल $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए।
- प्र.62 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ को हल करें।
- प्र.63 x अक्ष को मूल बिन्दु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात करें।
- प्र.64 ऐसे वृत्तों के कुल का समीकरण ज्ञात करें जिसका केन्द्र y अक्ष पर है और त्रिज्या 3 इकाई है।
- प्र.65 $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ को हल करें।
- प्र.66 $\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$ को हल करें।
- प्र.67 $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ को हल करें।
- प्र.68 $x \frac{dy}{dx} + y - x + xy \cot x = 0$ को हल करें।
- प्र.69 $(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$ को हल करें।
- प्र.70 $ye^{x/y} dx = (xe^{x/y} + y^2) dy$ को हल करें।

सदिश (vector)

- प्र.71 सदिश $2\vec{a} + \vec{b}$ और $\vec{a} - 2\vec{b}$ में से प्रत्येक के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ है।
- प्र.72 यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ मात्रक सदिश इस प्रकार है कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ का मान ज्ञात कीजिए
- प्र.73 किसी सदिश \vec{a} के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2 = 2|\vec{a}|^2$
- प्र.74 किसी सदिश \vec{a} के लिए सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k})\hat{k}$

- प्र.75 यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ तथा $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} - \vec{d}$ एवं $\vec{b} - \vec{c}$ समान्तर है।
- प्र.76 एक चतुष्फलक के चारों शीर्ष क्रमशः $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, 3)$, $B(2, 1, 3)$ तथा $(1, 1, 2)$ है चतुष्फलक का आयतन ज्ञात कीजिए।
- प्र.77 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार है कि $\vec{a} + \vec{b}$ सदिश \vec{c} पर लंबवत् है तो γ का मान ज्ञात करें
- प्र.78 यदि बिन्दुओं A, B, C और D के सदिश क्रमशः $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ और $\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$ है। तो \overline{AB} तथा \overline{CD} के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।
- प्र.79 यदि $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ और $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है। और $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ तो एक सदिश \vec{d} ज्ञात कीजिए जो \vec{a} और \vec{b} दोनों पर लम्ब है
- प्र.80 दो इकाई सदिश \hat{a} व \hat{b} के मध्य कोण θ है तो सिद्ध कीजिए $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$

प्रायिकता एवं प्रायिकता बंटन (Probability & Probability Distribution)

- प्र.81 एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि दोनों बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है। तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात करें।
- प्र.82 एक बक्से में दस कार्ड 1 से 10 तक अंक लिख कर रखे गए और उन्हें अच्छी तरह मिलाया गया। इस बक्से में से 1 कार्ड यादृच्छया निकाला गया। यदि यह ज्ञात हो कि निकाले गए कार्ड पर अंक 3 से अधिक हैं, तो इस अंक के सम होने की क्या प्रायिकता है।
- प्र.83 एक थैले में 5 सफेद 7 लाल और 8 काली गेंदे हैं, यदि चार गेंदों को एक एक कर बिना प्रतिस्थापन के निकाला जाता तो सभी गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- प्र.84 तीन विद्यार्थियों को गणित की एक समस्या को हल करने के लिए दिया गया। इन विद्यार्थियों के द्वारा समस्या को हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ व $\frac{1}{4}$ है यदि तीनों

- को एक साथ इस समस्या को हल करने की कहे तो इस समस्या के हल होने की प्रायिकता ज्ञात करें।
- प्र.85** ताश के 52 पत्तों की एक भली – भाँती फेंकी गई गड्डी में से तीन पत्ते निकाले गए हैं। इक्कों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।
- प्र.86** एक सिक्के को इस प्रकार अभिनत किया गया है कि सिक्के पर चित आने की सम्भावना पट आने की अपेक्षा तीन गुना हैं। यदि सिक्के को दो बार उछाला जाता हो तो, पदों की संख्या के लिए प्रायिकता बंटन ज्ञात करो।
- प्र.87** दो सिक्कों के युग्म उछाल में चितों की संख्या को यादृच्छिक चर मानते हुए प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।
- प्र.88** एक कलश में 4 सफेद तथा 6 लाल गेंदे हैं इस कलश में से चार गेंदे यादृच्छया निकाली जाती हैं। सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।
- प्र.89** दो पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विको (doublet) की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।
- प्र.90** एक बहु – विकल्पीय परीक्षा में 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के तीन सम्भावित उत्तर हैं जिनमें से केवल एक ही सही उत्तर है, इसकी क्या प्रायिकता है, कि एक विद्यार्थी केवल अनुमान लगाकर चार या अधिक प्रश्नों के सही उत्तर दे देगा।
- प्र.91** द्विपद बंटन $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ का माध्य ज्ञात कीजिए।
- प्र.92** माना A तथा B दो स्वतन्त्र घटनाएँ हैं, इन दोनों घटनाओं के साथ घटित होने की प्रायिकता $\frac{1}{8}$ तथा दोनों घटनाओं में से A के घटित होने की प्रायिकता $\frac{3}{8}$ है तो B के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात करो।
- प्र.93** यदि एक सिक्के को 10 बार उछाला जाता है, ठीक चार पट आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- प्र.94** एक यादृच्छिक चर x का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है।

x	0	1	2	3	4	5	6	7
p(x)	0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² +k

ज्ञात कीजिए

(i) k (ii) p (x < 6)

(iii) p(x ≥ 6) (iv) p (0 < x < 5)

प्र.95 ताश के 52 पत्तों की एक भली भाँती फेंटी गई गडडी में से 3 पत्तें निकाले गए हैं। इक्कों की संख्याँ का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

प्र.96 एक कलश में 5 सफेद 7 लाल व 8 काली गेंदे है यदि चार गेंदे एक एक करके प्रतिस्थापन सहित निकाली जाती हैं। तो इस बात की क्या प्रायिकता है कि

(i) सभी सफेद गेंदे है।

(ii) केवल तीन गेंदे है।

(iii) कोई भी सफेद गेंद नहीं है।

प्र.97 किसी कारखाने में बने एक बल्ब की 150 दिनों के उपयोग के बाद फ्यूज होने की प्रायिकता 0.05 है, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस 5 बल्बों में से

(i) एक भी फ्यूज नहीं

(ii) एक से अधिक फ्यूज नहीं

(iii) कम से कम एक फ्यूज

(iv) एक से अधिक फ्यूज

(v) 150 दिनों के उपयोग के बाद फ्यूज हो जाएंगे।

सम्बन्ध एवं फलन Relation and functions

- प्र.1 $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [-5, \infty)$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए f व्युत्क्रमणीय है।
- प्र.2 माना \mathbb{N} प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है। सम्बन्ध R , $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ पर $(a, b) R (c, d)$ इस प्रकार परिभाषित है $ad = bc$ तो सिद्ध कीजिए R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (Inverse Trigonometrical function)

- प्र.3 सिद्ध कीजिए $\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \right] = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos^{-1} x$
- प्र.4 यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$
- प्र.5 सिद्ध कीजिए $\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{x}{y} \right) + \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{x}{y} \right) = \frac{2y}{x}$
- प्र.6 सिद्ध कीजिए $\cos[\tan^{-1} \{ \sin(\cot^{-1} x) \}] = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$
- प्र.7 यदि $\sec^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) - \sec^{-1} \left(\frac{x}{b} \right) = \sec^{-1} b - \sec^{-1} a$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

आव्यूह (Metrics)

- प्र.8 प्रारम्भिक संक्रीयाकों का प्रयोग करके निम्न लिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए—

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

प्र.9 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta/2 \\ -\tan \theta/2 & 1 \end{bmatrix}$ हो तो सिद्ध करें $AA^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

प्र.10 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = O$ तथा इसकी

सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए

प्र.11 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ हो तो A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा इसकी सहायता से निम्नलिखित

समीकरणों को हल कीजिए

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

अवकलन (Determinants)

प्र.12 निम्न फलन का के x सापेक्ष अवकलन कीजिए।

$$(\sin x)^{\tan x} + (\cos x)^{\sec x}$$

प्र.13 यदि $y^x + x^y + x^x = a^b$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

प्र.14 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^x + x^{\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्र.15 यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ हो तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + \tan x + \log \cos y}{x + \cos y + \log \cos x}$$

प्र.16 यदि $y = e^{m \sin^{-1} x}$ हो तो सिद्ध कीजिए

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$$

प्र.17 यदि $y = (\tan^{-1} x)^2$ हो तो सिद्ध कीजिए

$$(x^2 + 1)^2 \frac{dy^2}{dx^2} + 2x(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} = 2$$

प्र.18 यदि $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^m$ तो सिद्ध कीजिए

$$(x^2 + 1) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - m^2y = 0$$

प्र.19 यदि $x^3 + y^3 = t - \frac{1}{t}$ तथा $x^6 + y^6 = t^2 + \frac{1}{t^2}$ हो तो सिद्ध कीजिए $x^4y^2 \frac{dy}{dx} = 1$

प्र.20 यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x \dots}}}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

समाकलन (Integrals)

निम्नलिखित समाकलनों को हल कीजिए –

प्र.21 $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$

प्र.22 $\int \frac{1 + \cos x}{\sin x \cos x} dx$

प्र.23 $\int \frac{1}{1 - \tan x} dx$

प्र.24 $\int \frac{1}{\cos(x+a) \cos(x-b)} dx$

प्र.25 $\int \frac{\sin x \cos x}{a \cos^2 x + b \sin^2 x} dx$

प्र.26 $\int \frac{1 + \tan^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 3}} dx$

प्र.27 $\int \frac{1}{\sqrt{3x - 2 - x^2}} dx$

प्र.28 $I = \int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$

प्र.29 $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^3} dx$

प्र.30 $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$

प्र.31 $\int \frac{8}{(x+2)(x^2+4)} dx$

प्र.32 $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+3x+1}} dx$

प्र.33 $\int \sqrt{\frac{\sin(x-\alpha)}{\sin(x+\alpha)}} dx$

प्र.34 $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$

प्र.35 $\int e^x \left(\frac{1-\sin x}{1-\cos x} \right) dx$

प्र.36 $\int \frac{\sin^2 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

प्र.37 $\int e^x \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 dx$

प्र.38 $\int_3^5 (x-2) dx$ का मान प्रथम सिद्धान्त का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।

प्र.39 $\int_1^3 (2x^2+5) dx$ का मान प्रथम सिद्धान्त द्वारा ज्ञात करें।

प्र.40 समाकलन $I = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{x^2 + \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.41 समाकलन $I = \int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.42 $\int_0^1 \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.43 $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.44 $\int_0^{\pi/2} \log \cot x dx$ का मान ज्ञात कीजिये ?

प्र.45 सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e^2$

प्र.46 सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \pi[(\pi/2) - 1]$

प्र.47 $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{1 + \cos \alpha \sin x} = \frac{\pi \alpha}{\sin \alpha}$

प्र.48 $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 - 2a \cos x + a^2}, a > 1$

निम्न का मान ज्ञात कीजिए –

प्र.49 $\int_1^4 (|x - 1| + |x - 2| + |x - 3|) dx$

अवकल समीकरण (Differential Equations)

प्र.50 दिखाइए $y + x + 1 = 0$ अवकल समीकरण $(y - x) dy - (y^2 - x^2) dx = 0$ का हल है।

प्र.51 दिखाइए $xy = \log y + c$ अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1-xy}$ ($xy \neq 0$) का हल है।

प्र.52 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$ को हल कीजिए।

प्र.53 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+5}{x+y+1}$ को हल कीजिए।

प्र.54 अवकल समीकरण $x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$ को हल कीजिये।

प्र.55 अवकल समीकरण $(x^2 + y^2) dx = 2xy dy$ को हल कीजिये।

प्र.56 अवकल समीकरण $(1 + y^2) = (\tan^{-1} y - x) dy$ को हल कीजिये।

प्र.57 अवकल समीकरण $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिये।

प्र.58 $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ का अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिये।

प्र.60 $\frac{dy}{dx} + [2x \tan^{-1} y - x^3](1+y^2) = 0$ हल कीजिए -

प्र.61 $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}(e^x - e^y)$ हल कीजिए -

प्र.62 $\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{(1+x^2)} y = \frac{1}{(1+x^2)^2}$ हल कीजिए -

प्र.63 $(x dy - y dx) y \sin \left[\frac{y}{x} \right] = (y dx + x dy) x \cos \left[\frac{y}{x} \right]$ हल कीजिए -

प्रायिकता एवं प्रायिकता बंटन (Probability & probability Distribution)

- प्र.64** एक सिक्के को उछालने के परिक्षण पर विचार कीजिए। यदि सिक्के पर चित्त प्रकट हो, सिक्के को पुनः उछाले परन्तु यदि सिक्के पर पट प्रकट हो, तो एक पासे को फेंके। यदि घटना। “कम से कम एक पट प्रकट होना” का घटित होना। दिया गया है, तो घटना “पासे पर 4 से बड़ा अंक प्रकट होना” की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- प्र.65** एक कलश में 5 लाल और 5 काली गेंदे हैं। यादृच्छया एक गेंदे निकाली जाती हैं। इसका रंग नोट करने के बाद पुनः कलश में रख दी जाती है, पुनः निकाले गए रंग की 2 अतिरिक्त गेंदे कलश में रख दी जाती है, तथा कलश में से एक गेंद निकाली जाती है, दुसरी गेंदों की लाल होने की प्रायिकता क्या है।
- प्र.66** एक बोल्ट बनाने के कारखाने में मशीने A, B और C कुल उत्पादन का क्रमशः 25% 35% 40% बोल्ट बनाती है, इन मशीनों के उत्पादन का क्रमशः 5, 4 और 2 प्रतिशत त्रुटिपूर्ण है, बोल्टों के कुल उत्पादन में से एक बोल्ट यादृच्छता निकाला जाता है। और वह त्रुटिपूर्ण पाया जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है, कि यह बोल्ट मशीन B द्वारा बनाया गया है।
- प्र.67** तीन सर्वसम डिब्बे I, II व III दिए गए हैं, जहाँ प्रत्येक डिब्बे में से दो डिब्बे (सिक्के) हैं, डिब्बे I में दोनों सिक्के सोने के हैं, डिब्बे II में दोनों सिक्के चाँदी के हैं, और डिब्बे III में एक सोने और एक चाँदी का सिक्का है, एक व्यक्ति यादृच्छता एक डिब्बा चुनता है, और उसमें से एक सिक्के निकालता है, यदि निकाला गया सिक्का सोने का है, तो इस बात की क्या प्रायिकता है, कि डिब्बे में दुसरा सिक्का भी सोने का है।
- प्र.68** दो थैले I और II दिए गए हैं, थैले I में 3 लाल और 4 काली गेंदे हैं, जबकि थैले II में 5 लाल और 6 काली गेंदे हैं, किसी एक थैले में से यादृच्छता एक गेंद निकाली गई है, जो कि लाल रंग की है, इस बात की क्या प्रायिकता है, कि यह गेंद II थैले से निकाली गई है।
- प्र.69** एक डॉक्टर को एक रोगी को देखने आना है, पहले के अनुभवों से यह ज्ञात होता है कि उसके ट्रेन, बस, स्कुटर या किसी अन्य वाहन से आने की प्रायिकताएँ $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ या $\frac{2}{5}$ है,

यदि वह ट्रेन बस/स्कूटर से आता है, तो उसके देर से आने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$

या $\frac{1}{12}$ है, परन्तु किसी अन्य वाहन से आने पर उसे देर नहीं होती है, यदि वह देर से

आया, तो उसके ट्रेन से आने की क्या प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

प्र.70 तीन सिक्के दिए गए हैं, एक सिक्के के दोनों ओर चित्त है दुसरा सिक्का अभिनत है, जिसमें चित्त 75% बार प्रकट होता है, और तीसरा सिक्का अभिनत है। तीनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना गया है, उसे उछाला गया। यदि सिक्के पर चित्त प्रकट हो, तो इस बात की क्या प्रायिकता है कि वह दोनों चित्त वाला सिक्का है ।

प्र.71 एक बीमा कम्पनी ने 2000 स्कूटर चालको, 4000 कार चालकों और 6000 ट्रक चालकों का बीमा किया। स्कूटर चालक, कार चालक व ट्रक चालक से दुर्घटना होने की प्रायिकता क्रमशः 0.01, 0.03 और 0.15 हैं बामित व्यक्तियों में से एक दुर्घटना ग्रस्त हो जाता है, उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है।

प्र.72 52 ताश के पत्तों की एक भली – भांति फेंटी गई गुड्डी में से 5 पत्ते उत्तोर प्रतिस्थापन सहित निकाले जाते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि –

(i) सभी 5 पत्ते हुकुम के हो

(ii) केवल 3 पत्ते हुकुम के हो

(iii) एक भी पत्ता हुकुम का नहीं हो

प्र.73 A व B एकान्तरतः एक पासे के जोड़े को उछालते हैं। यदि B के न फेंकने से पहले A, 6 फेंकता है, तब A जीतता है यदि A के 6 फेंकने से पहले B, 7 फेंकता है तब B जीतता है, यदि A खेलना प्रारम्भ करे तो A के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए

प्र.74 अगले 25वर्षों में एक व्यक्ति के जीवित रहने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है, तथा उसकी पत्नी के

उन्ही 25 वर्षों तक जीवित रहने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है, प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए जबकि –

(i) दोनों 25 वर्ष तक जीवित रहे।

(ii) दोनों में से कम से कम एक 25 वर्षों तक जीवित रहे।

(iii) केवल पत्नी 25 वर्ष तक जीवित रहें।

प्र.75 एक निर्माता के पास तीन यन्त्र संचालक A, B तथा C हैं। प्रथम संचालक A, 1% त्रुटिपूर्ण वस्तुतः उत्पादित करता है, जबकि अन्य दो संचालक B तथा C क्रमशः 5% व 7% त्रुटिपूर्ण वस्तुतः उत्पादित करते हैं। A कार्य पर कुल समय का 50% लगाता है, B कुल समय का 30% तथा C कुल कार्य का 20% लगाता है, यदि एक त्रुटिपूर्ण वस्तु उत्पादित है। तो इसकी क्या प्रायिकता है, कि यह यन्त्र A से उत्पादित है

© RSCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

नमूना प्रश्न – पत्र ब्ल्यू प्रिन्ट

कक्षा – 12

विषय – गणित

पूर्णांक – 80

क्र.	उद्देश्य इकाई/उप इकाई	ज्ञान					अवबोध					ज्ञानोपयोग/अभिव्यक्ति					कोशल/मौलिकता					योग
		वस्तुनिष्ठ	अति. लघु	लघुतरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति. लघु	लघुतरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति. लघु	लघुतरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति. लघु	लघुतरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	
1.	सम्बन्ध एवं फलन	-	-	-	-	-	1(1)	1(1)	-	-	-	-	-	2(1)	-	-	-	1(1)	-	-	-	5
2.	प्रतिरोध त्रिकोणमितीय	-	-	-	-	-	1(1)	1(2)	-	-	-	-	-	-	3(1) *3(1)	-	-	-	-	-	-	6
3.	आव्यूह	2(2)	1(1)	-	-	-	-	1(2)	2(1)	-	-	-	-	2(1)	-	-	-	-	-	-	-	8
4.	सारणिक	1(1)	1(1)	-	-	-	--	1(1)	2(1)	-	-	-	--	2(1)	-	-	-	-	-	-	-	7
5.	सांतत्य तथा अवकलनीयता	1(1)	-	-	-	-	1(1)	1(2)	2(1)	3(1) *3(1)	-	-	-	2(1)	-	-	-	-	-	-	-	11
6.	समाकलन	-	1(1)	-	-	-	1(1)	1(1)	2(1)	-	-	-	-	2(1)	3(1) *3(1)	4(1) *4(1)	-	-	-	-	-	14
7.	अवकल समीकरण	1(1)	-	-	-	-	-	1(1)	-	-	-	4(1) *4(1)	-	1(1)	2(1)	-	-	-	-	-	-	9
8.	सदिश	1(1)	1(2)	-	-	-	1(1)	1(1)	-	3(1) *3(1)	-	-	-	2(1)	-	-	-	-	-	-	-	10
9.	प्रायिकता	1(1)	-	-	-	-	-	1(1)	2(1)	-	4(1) *4(1)	-	-	2(1)	-	-	-	-	-	-	-	10

विकल्पों की योजना:- प्र.सं. 17-23 में एकान्तिक आंतरिक विकल्प है

निर्देश :- प्रश्न पत्र में मूल प्रश्न 23 है जो प्रकारान्तर से कुल 50 हैं।

नोट:- कोष्ठक में बाहर की संख्या अंको की तथा भीतर प्रश्नों की द्योतक है।

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर
माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रम अनुसार नमूना प्रश्न पत्र-1
उच्च माध्यमिक परीक्षा – 2022

कक्षा –12

समय 2:45 घण्टे

विषय –गणित

पूर्णांक – 80

खण्ड – अ (1 Mark)

प्र.1 बहुविकल्पीय प्रश्न :-

(i) यदि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है, तो f होगा।

(अ) एकैकी आच्छादक

(ब) बहुएकी आच्छादक

(स) एकैकी अंतक्षेपी

(द) बहुएकी अंतक्षेपी

(ii) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ का मान बराबर है :-

(अ) π

(ब) $-\frac{\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{3}$

(द) $\frac{2\pi}{3}$

()

(iii) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक सममित आव्यूह है यदि :-

(अ) $A = A^1$

(ब) $A = -A^1$

(स) $A = A^2$

(द) इनमें से कोई नहीं

()

(iv) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|3kA|$ का मान होगा।

(अ) $3k |A|$

(ब) $k^2 |A|$

(स) $24k^3 |A|$

(द) $9k |A|$

()

(v) यदि $x^2 + y^2 = 16$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा :-

(अ) $2x$

(ब) $-2x$

(स) $-x$

(द) $2y$

()

(vi) $\int \tan x \, dx$ बराबर है :-

(अ) $\sec^2 x + c$

(ब) $\sec x \tan x + c$

(स) $\log \cos x + c$

(द) $\log \sec x + c$ ()

(vii) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है ?

(अ) 2

(ब) 1

(स) 0

(द) परिभाषित नहीं

()

(viii) यदि सदिश \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार है कि $|\vec{a}| = 3$ और $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ है, तो \vec{a}

और \vec{b} के बीच का कोण है:-

(अ) $\frac{\pi}{6}$

(ब) $\frac{\pi}{4}$

(स) $\frac{\pi}{3}$

(द) $\frac{\pi}{2}$ ()

(ix) दो घटनाओं A और B को परस्पर स्वतंत्र घटनाएँ कहते हैं, यदि :-

(अ) $P(AB) = P(A)P(B)$

(ब) $P(A/B) = P(A) \times P(B)$

(स) $P(A) = P(B)$

(द) $P(A) \cap A(B) = 0$ ()

(x) आव्यूह A तथा B एक-दूसरे के व्युत्क्रम होंगे केवल यदि :-

(अ) $AB = BA$

(ब) $AB = BA = 0$

(स) $AB = 0, BA = I$

(द) $AB = BA = I$ ()

(xi) यदि $y = x^2 + 1$ हो, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान होगा ?

(अ) $2x + 1$

(ब) $x + 1$

(स) 2

(द) 0 ()

(xii) $[abc] + [bac]$ का मान है :-

(अ) 0

(ब) -1

(स) 1

(द) 3

()

प्र.2 रिक्त स्थान की पूर्ति करें :-

(i) यदि $(x) = x^2$ तथा $g(x) = x^3$ हो, तो $g \circ f(x) = \dots\dots\dots$ है।

(ii) $\cot^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ का मान..... है।

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ हो, तो $A * B = \dots\dots\dots$ है।

(iv) $\frac{d}{dx} [\log(\sin x)] = \dots\dots\dots$ है।

(v) $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx \dots\dots\dots$ है।

(vi) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ तो $|\vec{a} - \vec{b}|$ का मान..... है।

प्र.3 अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न :-

(i) यदि $a * b = a^2 + b^2$ तो $3 * 4$ का मान ज्ञात करो।

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z$ का मान ज्ञात करो।

(iii) समीकरण $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ से x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए।

(iv) $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(v) $\sqrt{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

(vi) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(viii) दर्शाइए कि सदिश $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ और $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ लम्बवत् है

(ix) यदि $P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{1}{5}$ और A एवं B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए।

(x) यदि शीष $(2, -6), (5, 4)$ और $(K, 4)$ वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 36 वर्ग इकाई हो तो K का मान ज्ञात कीजिए।

(xi) समीकरण $y = m x$ को निरूपित करने वाले आवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए।

(xii) $[\hat{i} \hat{j} \hat{k}]$ का मान लिखो।

खण्ड – ब (2 Marks)

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.4 समुच्चय A में R तुल्यता संबंध है, तो सिद्ध करो। R^{-1} भी तुल्यता सम्बन्ध होगा।

प्र.5 यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ हो तो सिद्ध करो $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$

प्र.6 निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :-

$$5x + 2y = 4$$

$$7x + 3y = 5$$

प्र.7 दर्शाइए कि $g(x) = x - [x]$ द्वारा परिभाषित फलन समस्त पूर्णांक बिन्दुओं पर असतत् है। यहाँ $[x]$ उस महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है जो x के बराबर या x से कम है।

प्र.8 $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9 एक पासे को 3 बार उछालने पर तथ्यतः दो बार 6 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्र.10 x के किस मान के लिए $[1 \ 2 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 0$ है।

प्र.11 यदि $x = a \sin^3 t$ तथा $y = b \cos^3 t$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्र.12 सारणिक के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि :-

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2b & 2c \\ 2c & b-c-a & 2a \\ 2a & 2b & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

प्र.13 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos x - \sin x)}{(\cos x + \sin x)} dx$ ज्ञात कीजिए।

प्र.14 निम्नलिखित अवकल समीकरण $(1+x^2)dy - (1+y^2)dx = 0$ को हल कीजिए।

प्र.15 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ तो $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.16 एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ है। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से समस्या हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।

खण्ड - स (3 Marks)

दीर्घलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.17 सिद्ध कीजिए :-

यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ तो सिद्ध करो $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$

अथवा

निम्नलिखित समीकरण को सरल कीजिए।

$$\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) + \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2} \right)$$

प्र.18 यदि $(\cos x)^y = (\sin y)^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

$y = (\tan^{-1} x)^2$ तो सिद्ध करो कि $(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0$

प्र.19 $\int(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x})dx$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

$$\int \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)} dx \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

प्र.20 दर्शाइए कि बिन्दु A, B और C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः

$\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ है, एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों का निर्माण करते हैं।

अथवा

सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ

$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ है।

खण्ड – द (4 Marks)

निबन्धात्मक प्रश्न

प्र.21 $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.22 अवकल समीकरण $2xy dy = (x^2 + y^2) dx$ को हल कीजिए।

अथवा

$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4 \operatorname{cosec} x$ का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए जहाँ $y = 0$ यदि $x = \frac{\pi}{2}$.

प्र.23 A और B बारी-बारी ऐ एक पासे को उछालते है। जब तक इनमे से कोई एक पासे पर छः प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता यदि A खेल को शुरू करें तो उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक कारखाने में A और B दो मशीने लगी है। पूर्व विवरण से पता चलता है की कुल उत्पादन का 60% मशीन A और 40% मशनी B द्वारा किया जाता ह। इनमें अतिरिक्त मशीन A का 2% मशीन B का 1% उत्पादन खराब है यदि कुल उत्पादन का एक ढेर बना लिया जाता है और उसमें से यादृच्छया एक वस्तु निकाली जाती है यदि वह खराब हो, तो उसके मशीन A द्वारा बने होने की प्रायिकता ज्ञात करो।

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर
माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रम अनुसार नमूना प्रश्न पत्र-2
उच्च माध्यमिक परीक्षा – 2022

कक्षा –12

विषय –गणित

समय 2:45 घण्टे

पूर्णांक – 80

खण्ड (अ) (1 Mark)

प्र.1 बहुविकल्पीय प्रश्न

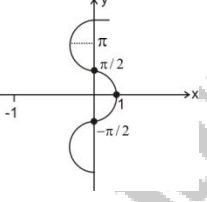
(i) प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया के * के लिए Q में $a * b = 3ab/5$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया * है।

(अ) क्रम विनिमय

(ब) सहचर्य

(स) दोनों (अ) और (ब)

(द) इनमें से कोई नहीं ()

(ii) प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन  का परिसर है –

(अ) $(0, \pi)$

(ब) $[0, \pi]$

(स) $[-1, 1,]$

(द) $(-1, 1)$ ()

(iii) 3×1 कोटि का मेट्रिक्स कहलाता है –

(अ) विकर्ण मेट्रिक्स

(ब) अदिश मेट्रिक्स

(स) सममित मेट्रिक्स

(द) एकल मेट्रिक्स ()

(iv) यदि $\begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix} = 0$ तो

(अ) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$

(ब) $\frac{x}{y} = \frac{b}{a}$

(स) $\frac{x}{b} = \frac{y}{a}$

(द) $\frac{x}{a} = \frac{b}{y}$ ()

- (v) फलन $f(x)$, $x = a$ पर सतत है यदि
- (अ) $f(a-0) = f(a)$
- (ब) $f(a+0) = f(a)$
- (स) $f(a-0) = f(a+b)$
- (द) $f(a-0) = f(a) = f(a+0)$ ()
- (vi) निम्न फलनों में असंतत फलन है
- (अ) $2x^2 + 5$ (ब) $\cos \frac{1}{x}$
- (स) e^x (द) $\sin x$ ()
- (vii) $\int \cot^2 x \, dx$ बराबर है -
- (अ) $\cot x + x + c$ (ब) $\cot x - x + c$
- (स) $-\cot x - x + c$ (द) इनमें से कोई नहीं ()
- (viii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x$ की घात है
- (अ) 0 (ब) 1
- (स) 2 (द) इनमें से कोई नहीं ()
- (ix) सदिश \vec{a} का परिमाण a हो, तो
- (अ) $a > 0$ (ब) $a < 0$
- (स) $a \leq 0$ (द) $a \geq 0$ ()
- (x) किसी अशून्य सदिश \vec{a} के लिए $\vec{a} \cdot \vec{a}$ बराबर है
- (अ) a (ब) $2a$
- (स) \sqrt{a} (द) $|a|^2$ ()

- (xi) यदि दो घटनाओं A व B के लिए $P(A+B) = P(A)+P(B)$ हो तो दोनों घटनाएं होगी ?
 (अ) परस्पर अपवर्ती (ब) स्वतन्त्र
 (स) आश्रित (द) इनमें से कोई नहीं ()

(xii) निम्न में इकाई मैट्रिक्स है –

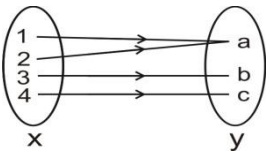
- (अ) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (ब) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 (स) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (द) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ()

प्र.2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

- (i) $\sin^{-1}\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ का मुख्य मान है
- (ii) यदि मैट्रिक्स A, B, C की कोटियां क्रमशः 1×3 , 3×3 तथा 3×1 हो, तो ABC की कोटि _____ है
- (iii) $\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$ के 1 का सहखण्ड _____ है।
- (iv) $\frac{d}{dx}[\log \sin \sqrt{x}]$ का मान _____ है।
- (v) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$
- (vi) $y^{11} + (y^1)^2 + 2y = 0$ की कोटि _____ है।
- (vii) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ के दिक्-कोसाइन _____ है।
- (viii) त्रिभुज की तीनों भुजाओं को क्रम में लेने पर उनका सदिश योग _____ है।
- (ix) एक सिक्के में 6 उछालों में केवल एक चित्त आने की प्रायिकता _____ है।

प्र.3 अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

(i) यदि $f(x) = \log_{10} x$ तो $f(10x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii)  फलन $f : X \rightarrow Y$ का प्रकार लिखिए।

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ तो $|\text{adj } A|$ का ज्ञात कीजिए।

(iv) $\begin{vmatrix} 5+i & -3i \\ 4i & 5-i \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(v) यदि $f(x) = \frac{2x + \tan x}{x}$, $x=0$ पर संतत है तो $f(0)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vi) $\int x^2 e^{x^3} \cos(e^{x^3}) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vii) वक्र $y = ax$ का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

खण्ड ब (2 Mark)

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.4 मान लीजिए कि L किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय है तथा $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लम्ब है}\}$ समुच्चय L में परिभाषित एक सम्बन्ध है। सिद्ध कीजिए कि R सममित है यह न तो स्वतुल्य है और न सक्रामक है।

प्र.5 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम मेट्रिक्स ज्ञात कीजिए।

प्र.6 यदि $\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो x तथा y के मान ज्ञात कीजिए।

प्र.7 $\begin{vmatrix} a_1 & ma_1 & b_1 \\ a_2 & ma_2 & b_2 \\ a_3 & ma_3 & b_3 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.8 यदि $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & x & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9 यदि $f(x) \begin{cases} 2 & a \leq x < 1 \\ C-2x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ $x = 1$ पर संतत है, तो C का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.10 यदि $x = a \sin^3 t$, $y = a \cos^3 t$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.11 $\int_{-4}^4 (ax^3 + bx + c) dx$ का मान किस अक्षर पर निर्भर करता है।

प्र.12 $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.13 अवकल समीकरण $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए।

प्र.14 यदि सदिश \vec{a} तथा \vec{b} समान्तर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

प्र.15 सिद्ध कीजिए यदि A और B स्वतन्त्र घटनाएं हैं तो A या B में से न्यूनतम एक में होने की प्रायिकता $1 - P(A') P(B')$ है।

प्र.16 बेज प्रमेय लिखिए।

खण्ड स (3 Mark)

दीर्घलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.17 यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{4}$ तो $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) + \cot^{-1} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) = \frac{\pi}{2}$

प्र.18 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+|x|} & |x| \geq 1 \\ \frac{x}{1-|x|} & |x| < 1 \end{cases}$ को $x = 0$ पर अवकलनीयता की जांच कीजिए।

अथवा

यदि $f(x) = \begin{cases} -2 \sin x & x \leq -\pi/2 \\ a \sin x + b & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ \cos x & x \geq \pi/2 \end{cases}$ एक सतत फलन है तो a व b का मान ज्ञात

कीजिए।

प्र.19 $\int \frac{dx}{1+x+x^2+x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.20 यदि ΔABC के शीर्ष बिन्दुओं के स्थिति सदिश $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ हो, तो ΔABC का सदिश क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

तीन बिन्दुओं जिनमें स्थिति सदिश $10\hat{i} + 3\hat{j}$, $12\hat{i} + 5\hat{j}$ तथा $a\hat{i} + 11\hat{j}$ हैं समरेख है तो A का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड द (4 Mark)

निबन्धात्मक प्रश्न

प्र.21 $\int x \tan^{-1} x$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_{n/4}^{3n/4} \frac{x}{1-\sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.22 बिन्दु $(a,1)$ से गुजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र में किसी बिन्दु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिन्दु के x निर्देशांक (भुज) तथा x निर्देशांक और y निर्देशांक (कोटि) के गुणनफल के योग के बराबर है।

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{dx}{dy} + \frac{x}{1+y^2} = \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2}$ का हल ज्ञात कीजिए।

प्र.23 एक थैले में 3 काली, 4 सफेद तथा दूसरे थैले में 4 काली एवं 3 सफेद गेंद है। एक पासा फेंका जाता है। यदि इस पर 1 या 3 आता है तो पहले थैले से एक गेंद निकाली जाती है। अन्यथा दूसरे थैले से। इस गेंद में काली गेंद निकलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विको की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, उदयपुर
माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रम अनुसार नमूना प्रश्न पत्र-3
उच्च माध्यमिक परीक्षा – 2022

कक्षा –12

विषय –गणित

समय 2:45 घण्टे

पूर्णांक – 80

खण्ड – अ (1 Mark)

प्र.1 बहुविकल्पी प्रश्न

(i) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विआधारी संक्रिया नहीं है।

(अ) योग

(ब) भाग

(स) गुणा

(द) अन्तर

(ii) $y = \sec^{-1} x$ का प्रान्त है।

(अ) R

(ब) $R - (1, 1)$

(स) $(-1, 1)$

(द) $[-1, 1]$

(iii) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & z \\ y & z & 0 \end{bmatrix}$ का प्रकार है।

(अ) उपरि – त्रिभुजाकार मैट्रिक्स

(ब) सममित मैट्रिक्स

(स) विषम सममित मैट्रिक्स

(द) विकर्ण मैट्रिक्स

(iv) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ तो AB बराबर है।

(अ) B

(ब) $3B$

(स) B^2

(द) इनमें से कोई नहीं

(v) $\begin{vmatrix} 0 & -h & -g \\ h & 0 & -f \\ g & f & 0 \end{vmatrix}$ का मान है -

(अ) fgh

(ब) -fgh

(स) $f^2g^2h^2$

(द) 0

(vi) निम्न फलनों में संतत फलन है।

(अ) $\tan x$

(ब) $\sec x$

(स) $\log x$

(द) $[x]$

(vii) यदि $f(x)$ तथा $g(x)$ संतत फलन हो, तो फलन $\frac{f(x)}{g(x)}$ (यदि $g(x) \neq 0$) है।

(अ) संतत

(ब) असंतत

(स) असंतत फलन हो भी सकता है और नहीं भी

(द) इनमें से कोई नहीं

(viii) $\int \frac{dx}{x \log x}$ बराबर है -

(अ) $\log x + c$

(ब) $\log(\log x) + c$

(स) $x \log x + c$

(द) इनमें से कोई नहीं

(ix) किसी अवकल समीकरण की कोटि (यदि परिभाषित हो) हमेशा होती है।

(अ) ऋणात्मक पूर्णांक

(ब) धनात्मक पूर्णांक

(स) परिमेय संख्या

(द) इनमें से कोई नहीं

(x) निम्नलिखित मापों में सदिश राशि है।

(अ) 5 sec

(ब) 10 N

(स) 1000 cm^3

(द) 10 g/cm^3

(xi) बिन्दुओं P(2, 3, 0) तथा Q (-1, -2, -4) को मिलाने वाला एवं P से Q की तरफ दिष्ट सदिश है।

(अ) $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$

(ब) $-2\hat{i} - 6\hat{j} - 0\hat{k}$

(स) $-3\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{k}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xii) प्रलय 30 धनात्मक पूर्णाकों में से एक अंक यादृच्छया चुना जाता है। इसमें 3 या 5 से विभाजित होने की प्रायिकता है -

(अ) $\frac{10}{30}$

(ब) $\frac{6}{30}$

(स) $\frac{2}{30}$

(द) $\frac{14}{30}$

प्र.2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) $\sin^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right)$ का मुख्य मान है।

(ii) मैट्रिक्स $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ स्तम्भ मैट्रिक्स है यदि $n = \underline{\hspace{2cm}}$ है।

(iii) यदि $\begin{vmatrix} 2 & x \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ तो x का मान है।

(iv) $\frac{d}{dx}\left[\log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right]$ का मान है।

(iv) $\int e^x[f(x) + f'(x)]dx = \dots\dots\dots + c$

(v) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + py = Q$ का समाकलन गुणक (I-F.) _____ है।

(vi) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश मानक सदिश _____ है।

(vii) अच्छी तरह फेंटी हुई ताश की गड्डी से बिना प्रतिस्थापित किए एक – एक करके दो पत्ते निकाले जाते हैं दोनों के इक्का हाने की प्रायिकता _____ है।

प्र.3 अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

(i) यदि $f(x) = |x|$ तथा $g(x) = [x]$ तो $f \circ g\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) एकैकी – आच्छादक फलन का एक उदाहरण लिखिए।

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तो A^2 का मान ज्ञात कीजिए।

(iv) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ में 4 का सहस्रखण्ड ज्ञात कीजिए।

(v) यदि $y = x^n$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vi) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(viii) समाघातीय फलन $f(x,y) = x^2 \left(\frac{y^2}{x^2} + \frac{2y}{x} \right)$ की घात ज्ञात कीजिए।

(ix) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

खण्ड – ब (2 Marks)

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.4. मान लीजिए कि समुच्चय A में घन पूर्णाकों के क्रमित युग्मों का एक संबंध R, $(x, y) R (u, v)$ यदि और केवल यदि $xv = yu$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि R की तुल्यता संबंध है।

प्र.5. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.6. यदि मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & x & 5 \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणीय है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.7. $\begin{vmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$ तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.8. यदि w इकाई का घनमूल हो, तो $\begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ w^2 & 1 & w \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9. यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - x & 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 & x = 0 \\ \frac{1}{2} & x = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} - x & \frac{1}{2} < x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ तो $f\left(\frac{1}{2} + 0\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.10. यदि $y = x^{\log x}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.11. $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.12. $\int \cos \sqrt{x} \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.13. ऐसे परवलयों के कुल का अवकल समीकरण निर्मित कीजिए जिनका शीर्ष मूल बिन्दु पर है और जिनका अक्ष धनात्मक y - अक्ष की दिशा में है।

प्र.14. दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

प्र.15. यदि $P(A) = 0.4, P\left(\frac{B}{A}\right) = 0.5$ $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.16. एक बाक्स में 100 बल्ब है जिसमें 10 त्रुटियुक्त है 5 बल्ब के नमूने में से किसी भी बल्ब के त्रुटियुक्त न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड – स (3 Marks)

दीर्घलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.17. दर्शाइये कि $\sin^{-1} \frac{12}{13} + \cos^{-1} \frac{4}{5} = \pi - \tan^{-1} \frac{63}{16}$

प्र.18. यदि $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत हो तो α का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^2}{x} & \text{जब } x \neq 0 \\ 0 & \text{जब } x = 0 \end{cases}$ तो $x = 0$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

प्र.19. $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_0^{2a} \frac{f(x)}{f(x)+f(2a-x)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.20. यदि एक मात्रक सदिश \vec{a} , \hat{i} के साथ $\frac{\pi}{3}$, \hat{j} के साथ $\frac{\pi}{4}$ और \hat{k} के साथ एक न्यून कोण θ बनाता है तो θ का मान ज्ञात कीजिए और इसकी सहायता से सदिश \vec{a} के घटक भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $a = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $b = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तो $(a + b) \times (a - b)$ का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड – द (4 Marks)

निबन्धात्मक प्रश्न

प्र.21. $\int_0^{\pi/2} \log\left(\frac{\sec^2 t}{\tan t}\right) dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int \sqrt{e^x + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.22. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है अवकल समीकरण की सहायता से ज्ञात कीजिए कि कितने वर्षों में Rs 1000 की राशि दुगुनी हो जाएगी।

अथवा

दर्शाइयें कि अवकल समीकरण $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$ समघातीय है और इसका हल ज्ञात कीजिए।

प्र.23. द्विपद बटन $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ का माध्य ज्ञात कीजिए।

अथवा

ताश के 52 पत्तों की एक भली – भौंति फेंटी गई गड्डी में से दो पत्तें उत्तरोत्तर बिना प्रतिस्थापना के (या एक साथ) निकाले जाते हैं बादशाहों की संख्या का माध्य, प्रसरण व मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

© RSCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

लेखन विकास समूह

1. श्री सूर्यप्रकाश साँचीहर, वरिष्ठ व्याख्याता, जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान नाथद्वारा, राजसमन्द
2. श्री जावेद अहमद, प्राध्यापक, महात्मा गांधी राजकीय विद्यालय (अंग्रेजी माध्यम) बडगांव, उदयपुर

तकनीकी समन्वयक

श्री हेमंत आमेटा
प्राध्यापक
(राजकीय सिन्धी भाषाई उमावि, प्रतापनगर, उदयपुर)

श्री ललित पटेल
प्र.स.
(राउमावि सरु, गिर्वा, उदयपुर)

“आपकी सजगता, बच्चे की सुरक्षा”



बाल अधिकारिता विभाग राजस्थान सरकार

20/198, सेक्टर-2, कावेरी पथ, के.एल. सैनी स्टेडियम के पास मानसरोवर, जयपुर फोन : 0141-2399335
Email : ccosjerajasthan@gmail.com, dcr@rajasthan.gov.in • Website : www.dcrraj.in



आओ ! कुछ अच्छा सोचें, कुछ अच्छा करें।
छुद को ..., अपनी अच्छी सोच को ... आसमान छूने दें !



राजस्थान राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्

111, सहेली मार्ग उदयपुर (राजस्थान) 313001

एवं

राजस्थान स्कूल शिक्षा परिषद्

शिक्षा संकुल, जयपुर (राजस्थान) 302001